

EQUACIONAMENTO DAS CURVAS CARACTERÍSTICAS DE BOMBAS

José Henrique Nunes Flores¹, Alberto Colombo², Lessandro Coll Faria³, Victor Buono da Silva Baptista⁴, Thiago Henrique Burgarelli Teixeira⁵, Adriano Valentin Diotto⁶

RESUMO: O objetivo deste trabalho foi determinar o melhor modelo matemático para descrever as curvas características das bombas centrífugas KSB ETA 50-20, 65-20, e 80-20. Os modelos de estimativa de altura manométrica e eficiência da bomba em função da vazão, foram ajustados com base nos dados de catálogo do fabricante, e os parâmetros obtidos a fim de minimizar a soma de quadrados. Para comparação dos modelos foi utilizada a soma de quadrados dos erros e o teste F. Também foram comparados através do erro relativo os dados do ponto de máxima eficiência. O polinômio de terceiro grau apresentou os menores valores de soma de quadrados para a estimativa da altura manométrica e da eficiência em função da vazão. O teste F demonstrou que o acréscimo de parâmetros apresentou melhorias significativas no ajuste. Os modelos polinomiais de terceiro e segundo grau apresentaram os menores valores de erro relativo para o ponto de máxima eficiência da bomba. Conclui-se então que o modelo polinomial de terceiro grau apresentou o melhor ajuste para as duas curvas características, e os menores erros na máxima eficiência.

PALAVRAS-CHAVE: bombas centrífugas, máxima eficiência, eficiência da bomba.

PUMP PERFORMANCE CURVES MODELLING

ABSTRACT: The objective of this work was to determine the best mathematical model to describe the performance curves of the centrifugal pumps, KSB ETA 50-20, 65-20, and 80-20.

¹ Doutorando, Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos, Departamento de Recursos Hídricos e Saneamento, Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

² Prof. Ph.D., Departamento de Recursos Hídricos e Saneamento, Universidade Federal de Lavras, Caixa Postal 3037, CEP 37200-000, Lavras, MG. Fone (35) 3829 1388. Email: acolombo@ufla.br.

³ Prof. Dr., Engenharia Hídrica, Centro de Desenvolvimento Tecnológico, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, RS.

⁴ Doutorando, Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos, Departamento de Recursos Hídricos e Saneamento, Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG

⁵ Doutorando, Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos, Departamento de Recursos Hídricos e Saneamento, Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

⁶ Prof. Dr., Departamento de Recursos Hídricos e Saneamento, Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

The models for estimating total dynamic head and pump efficiency as function of flow were adjusted based on the manufacturer's catalog data, and the parameters obtained in order to minimize the sum-of-squares. For the models comparison, sum-of-squares and F test was used. The best efficiency point was also compared through relative error. Third-degree polynomial model presented the smallest sum of squared values for the total dynamic head and efficiency estimation as a function of flow. F test showed significant improvement in the models' adjustment with the addition of parameters. The third and second degree polynomial models presented the lowest relative error values for the best efficiency point. It is concluded that the third degree polynomial model presented the best fit for both characteristic curves, and the smallest errors at maximum efficiency.

KEYWORDS: centrifugal pumps, best efficiency point, pump efficiency.

INTRODUÇÃO

No Brasil o dimensionamento de unidades de bombeamento impacta diretamente no consumo de recurso hídricos, tendo em vista que a matriz de geração de energia elétrica baseia-se em hidroelétricas. Deste modo, em unidades de bombeamento para sistemas de irrigação há consumo de recursos hídricos tanto para a agricultura irrigada quanto para a geração de energia.

Do ponto de vista de dimensionamento, o equacionamento das curvas características é imprescindível para o desenvolvimento de softwares e algoritmos (Moreno et al., 2009). As curvas características descrevem o comportamento das bombas, através da interdependência das grandezas características do funcionamento das bombas (vazão (Q); altura manométrica (H); eficiência da bomba (η_B); e, potência mecânica (P_{Mec})), demonstrando-as de forma gráfica (Macintyre, 2016).

O ponto de máxima eficiência (*best efficiency point* - BEP) da bomba, corresponde ao par de dados de vazão e altura manométrica, que possui a maior eficiência energética para ser realizado (Da Cruz, 2009). A obtenção do BEP se faz através da curva de eficiência da bomba em função da vazão, sendo o ponto de máxima da função, obtido através da primeira derivada. Com base na vazão de máxima eficiência (Q_{BEP}), podem ser detectados alguns possíveis pontos de desgaste ou mal funcionamento da bomba.

Sendo assim, o objetivo deste estudo foi determinar o melhor modelo matemático para descrever as curvas características das bombas centrifugas KSB ETA 50-20, 65-20, e 80-20.

MATERIAL E MÉTODOS

Para este estudo foram utilizadas as curvas características das bombas centrífugas KSB ETA 50-20 e 65-20, considerando rotor de 205 mm e rotação de 3500 rpm, já para a bomba 80-20, considerou-se o rotor de 190 mm e rotação de 3530 rpm.

Considerou-se as curvas características de altura manométrica em função da vazão ($H(Q)$), e eficiência da bomba em função da vazão ($\eta_B(Q)$), sendo os dados obtidos junto ao catálogo da fabricante. Também foi observado a altura manométrica, vazão e eficiência da bomba no ponto de máxima eficiência.

Para a estimativa da altura manométrica em função da vazão, considerou-se os modelos matemáticos potencial, utilizado pelo EPAnet 2.0 (Rossman, 2000), equação 1; polinomial de segundo grau (INMETRO, 2010); e, polinomial de terceiro grau (Yanagi Jr. et al., 1997).

$$H(Q) = H_0 - a_1 \cdot Q^{a_2} \quad (1)$$

em que,

H - Altura manométrica total (m);

Q - Vazão ($m^3 s^{-1}$);

H_0 - altura manométrica total com vazão zero (m); e,

a_1, a_2 - Coeficientes de ajuste.

Com relação a estimativa da eficiência da bomba em função da vazão, foram considerados modelos matemáticos polinomiais, de segundo grau com constante zero (Moreno et al., 2009); segundo grau (Moradi-Jalal et al., 2003); terceiro grau com constante zero (Yanagi Jr. et al., 1997); e, terceiro grau (Bier et al., 2004).

Os coeficientes de ajuste foram obtidos através da ferramenta Solver[®] do Microsoft Excel, com objetivo de minimização da soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado pelo respectivo modelo matemático e o valor de catálogo.

Para comparação dos modelos de estimativa das curvas características $H(Q)$ e $\eta_B(Q)$, foi utilizado a soma do quadrado dos erros (SS), e o teste F de comparação por soma de quadrados (Motulsky & Christopoulos, 2003), para os modelos com diferentes números de parâmetros.

Para cada modelo de estimativa de eficiência da bomba em função da vazão, obteve-se a eficiência máxima da bomba, e seu respectivo par de vazão, através do ponto de máximo da função. Após isto, obteve-se a respectiva altura manométrica a partir do modelo estimativa de altura manométrica em função de vazão que apresentou os melhores resultados anteriormente.

Os dados obtidos foram comparados através do erro relativo com os dados observados na curva de catálogo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A modelagem da curva de altura manométrica em função da vazão, utilizando o polinômio de terceiro grau apresentou a menor soma dos quadrados dos erros, para todas as bombas, ao passo que o polinômio de segundo grau apresentou os maiores valores de soma de quadrados dos erros, demonstrando a superioridade do polinômio de terceiro grau (Figura 1).

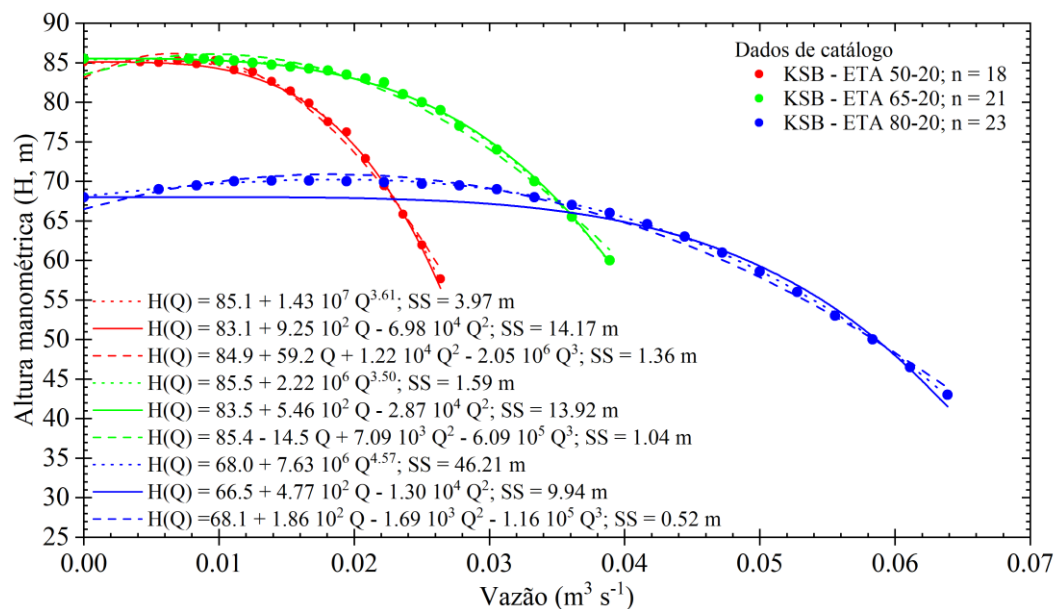


Figura 01. Curva característica de altura manométrica em função da vazão, das bombas KSB ETA 50-20, 65-20 e 80-20.

Quando se comparou os modelos polinomiais em relação ao modelo potencial, observou-se que o modelo potencial apresentou resultados melhores que o modelo polinomial de segundo grau, porém, o modelo potencial apresentou resultados piores que o modelo polinomial de terceiro grau.

O polinômio de terceiro grau apresentou melhor ajuste devido a sua flexibilidade, proporcionada pela maior quantidade de parâmetros (4) em relação ao modelo potencial e polinomial de segundo grau (3). Para que possa ser realizada a comparação entre estes modelos, realizou-se o teste F, que comprovou que o acréscimo de um parâmetro apresentou melhora significativa no ajuste, a nível de 1%.

Pode ser observado na Figura 1 que o modelo potencial (Equação 1), apresentou dificuldade em representar corretamente os dados de altura manométrica com baixas vazões, para a bomba KSB ETA 80-20. Isto dá-se em função do comportamento da altura manométrica deste modelo de bomba, onde a altura manométrica com vazão zero é menor que a altura manométrica com vazões baixas. Já o modelo polinomial de segundo grau não representou corretamente a altura manométrica com vazão zero, sendo resultado de seu comportamento como modelo.

O polinômio de terceiro grau apresentou o melhor desempenho para modelar a eficiência da bomba em função da vazão, apresentando os menores valores de soma dos quadrados dos erros, para todas as bombas (Figura 01).

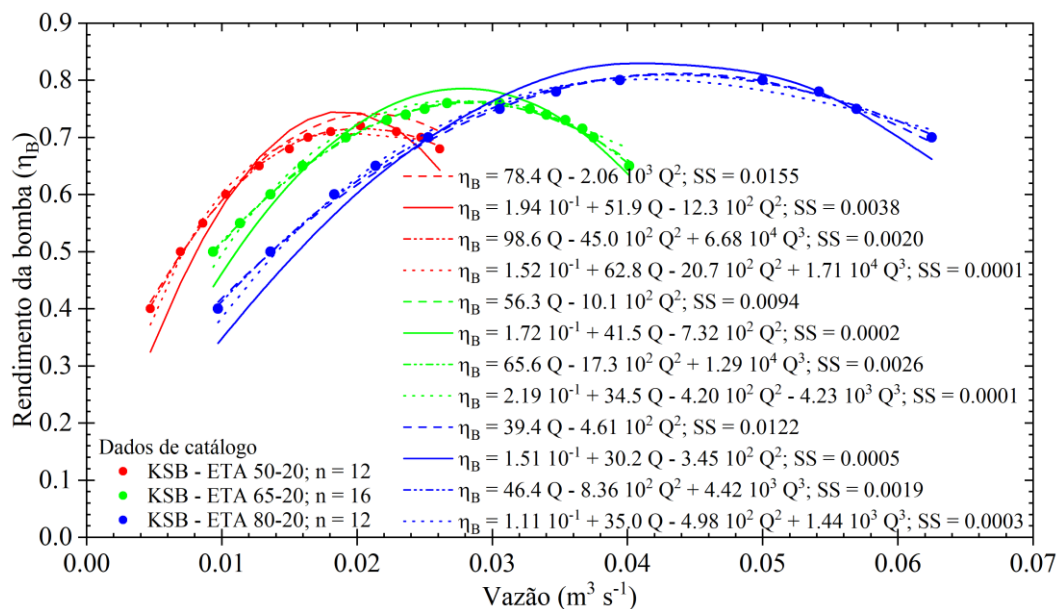


Figura 02. Curva característica de eficiência da bomba em função da vazão, das bombas KSB ETA 50-20, 65-20 e 80-20.

O modelo polinomial de segundo grau com coeficiente zero apresentou os maiores valores de soma dos quadrados, resultando deste modo no pior ajuste dentre os modelos estudados. Neste sentido, o teste F demonstrou que o acréscimo de parâmetros melhorou o ajuste significativamente, á nível de 5%.

Dentre os modelos polinomiais com o mesmo número de parâmetros (3), o modelo polinomial de segundo grau apresentou os menores valores de soma de quadrados, demonstrando superioridade deste modelo em relação ao modelo polinomial de terceiro grau com constante zero.

Na estimativa da vazão de máxima eficiência, apenas o modelo polinomial de segundo grau superestimou o valor, para a bomba KSB-ETA 50-20, os demais valores foram subestimados pelos modelos (Tabela 1). Já a altura manométrica de máxima eficiência, estimada com base no modelo polinomial de terceiro grau ($H(Q)$), foi subestimada também unicamente pelo modelo polinomial de segundo grau ($\eta_B(Q)$), para a bomba KSB-ETA 50-20.

Tabela 1. Erro relativo dos dados do ponto de máxima eficiência

Modelo $\eta_B(Q)$	Bomba (KSB-ETA)		
	50-20	65-20	80-20
Q_{BEP}			
$\eta_B(Q) = a_1 \cdot Q^1 + a_2 \cdot Q^2$	-8.66%	-4.39%	-6.76%
$\eta_B(Q) = a_0 + a_1 \cdot Q^1 + a_2 \cdot Q^2$	1.27%	-2.81%	-4.51%
$\eta_B(Q) = a_1 \cdot Q^1 + a_2 \cdot Q^2 + a_3 \cdot Q^3$	-8.99%	-6.44%	-10.03%
$\eta_B(Q) = a_0 + a_1 \cdot Q^1 + a_2 \cdot Q^2 + a_3 \cdot Q^3$	-2.80%	-1.73%	-5.62%
H_{BEP}			
$\eta_B(Q) = a_1 \cdot Q^1 + a_2 \cdot Q^2$	3.12%	1.92%	2.87%
$\eta_B(Q) = a_0 + a_1 \cdot Q^1 + a_2 \cdot Q^2$	-2.24%	1.20%	2.09%
$\eta_B(Q) = a_1 \cdot Q^1 + a_2 \cdot Q^2 + a_3 \cdot Q^3$	3.27%	2.69%	3.90%
$\eta_B(Q) = a_0 + a_1 \cdot Q^1 + a_2 \cdot Q^2 + a_3 \cdot Q^3$	0.12%	0.86%	2.49%
η_{BEP}			
$\eta_B(Q) = a_1 \cdot Q^1 + a_2 \cdot Q^2$	3.60%	3.34%	3.93%
$\eta_B(Q) = a_0 + a_1 \cdot Q^1 + a_2 \cdot Q^2$	2.98%	0.03%	0.23%
$\eta_B(Q) = a_1 \cdot Q^1 + a_2 \cdot Q^2 + a_3 \cdot Q^3$	-1.79%	0.53%	-1.02%
$\eta_B(Q) = a_0 + a_1 \cdot Q^1 + a_2 \cdot Q^2 + a_3 \cdot Q^3$	-0.44%	0.42%	-0.04%

Eficiência da bomba em função da vazão ($\eta_B(Q)$); Parâmetros de ajuste do modelo (a_0, a_1, a_2, a_3); Vazão (Q), Vazão de máxima eficiência (Q_{BEP}); Altura manométrica de máxima eficiência (H_{BEP}); e, Eficiência máxima (η_{BEP}).

Para a vazão de máxima eficiência pode ser observado que o modelo polinomial de segundo grau apresentou os menores erros relativos para as bombas KSB-ETA 50-20 e 80-20, ao passo que o modelo polinomial de terceiro grau apresentou o menor erro relativo para a bomba KSB-ETA 65-20. Deve ser observado que os erros relativos desses dois modelos foram menores quando comparados com os demais. O modelo polinomial de terceiro grau com constante zero apresentou os maiores erros relativos para a vazão de máxima eficiência, para todas as bombas.

A altura manométrica de máxima eficiência foi estimada com base no modelo polinomial de terceiro grau de altura manométrica em função da vazão. Para as bombas KSB-ETA 50-20

e 65-20, o modelo polinomial de terceiro grau de estimativa de eficiência da bomba em função de vazão, apresentou os menores erros relativos para a altura manométrica de máxima eficiência, já para a bomba KSB-ETA 80-20, o modelo polinomial de segundo apresentou o menor erro relativo. Nos menores valores de erro relativo, a altura manométrica foi superestimada, resultado esperado, já que a vazão de máxima eficiência nestes casos foi subestimada.

A eficiência máxima estimado pelo modelo polinomial de terceiro grau apresentou os menores valores de erro relativo para as bombas KSB-ETA 50-20 e 80-20, já para a bomba KSB-ETA 65-20, o menor valor de erro relativo foi apresentado pelo modelo polinomial de segundo grau. Porém, deve ser ressaltado que o polinômio de terceiro grau apresentou para todas as bombas erros relativos menores que 0.45%.

A utilização correta dos modelos de estimativa da altura manométrica e eficiência da bomba em função da vazão apresenta extrema importância quando se desenvolve softwares de dimensionamento de sistemas e de escolha de unidades de bombeamento (Moreno et al., 2009). Os erros apresentados neste trabalho demonstram que a escolha dos modelos influencia no ponto de máxima eficiência da unidade de bombeamento, o que pode acarretar problemas na hora de maximizar a eficiência global de sistemas de distribuição de água e irrigação.

CONCLUSÕES

O modelo polinomial de terceiro grau apresentou o melhor ajuste para todas as bombas, para as curvas características de altura manométrica em função da vazão, porém, o modelo potencial pode ser utilizado, principalmente com ajustes na altura manométrica com vazão zero.

O modelo polinomial de terceiro grau também apresentou os melhores resultados para a estimativa da eficiência em função da vazão, entretanto, deve ser levado em consideração que quando considera-se o ponto de máxima eficiência, o modelo polinomial de segundo grau apresentou resultados semelhantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIER, V. A.; SOUZA, E. G. de; BOAS, M. A. V. Programa computacional para seleção de conjuntos moto-bomba. **Irriga**, 9(3), 225–234. 2004.

CAMARGO, A. P. de; SENTELHAS, P. C. Performance evaluation of different potential evapotranspiration estimating methods in the State of São Paulo, Brazil. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**. 5(1), 89-97. 1997.

CARVALHO, J. DE A.; OLIVEIRA, L. F. C. **Instalações de Bombeamento para Irrigação: Hidráulica e Consumo de Energia**. Editora Universitária - UFLA, Lavras. 2014.

DA CRUZ, B. Session One: Pump Characteristics and ISO Efficiency Curves. **PUMPS: Maintenance, Design, and Reliability Conference 2009** – IDC Technologies, p. 1–20, 2009.

INMETRO, INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA. **Portaria n. 455** de 01 de dezembro de 2010.

MACINTYRE, A. J. **Bombas e instalações de bombeamento**. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda. (LTC), 2016.

MORADI-JALAL, M.; MARIÑO, M. A.; AFSHAR, A. Optimal Design and Operation of Irrigation Pumping Stations. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, Reston, 129(3), 149–154. 2003.

MORENO, M. Á.; PLANELLS, P.; CÓRCOLES, J. I.; TARJUELO, J. M.; CARRIÓN, P. A. Development of a new methodology to obtain the characteristic pump curves that minimize the total cost at pumping stations. **Biosystems Engineering**, 102(1), 95–105. 2009

MOTULSKY, H. J.; CHRISTOPOULOS, A. **Fitting models to biological data using linear and non linear regression: A practical guide to curve fitting**. GraphPad Software Inc., San Diego CA, www.graphpad.com. 2003.

ROSSMAN, L. A. **Epanet 2 - Users Manual**. Cincinnati. 2000.

YANAGI Jr., T.; FERREIRA, E.; COLOMBO, A.; MELLO, C. R. Método matemático para a estimativa analítica das curvas de desempenho de bombas centrifugas. **Ciência e Agrotecnologia**, 21(4), 484–490. 1997.